

Estudios matemáticos
Nivel medio
Prueba 1

Miércoles 2 de mayo de 2018 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



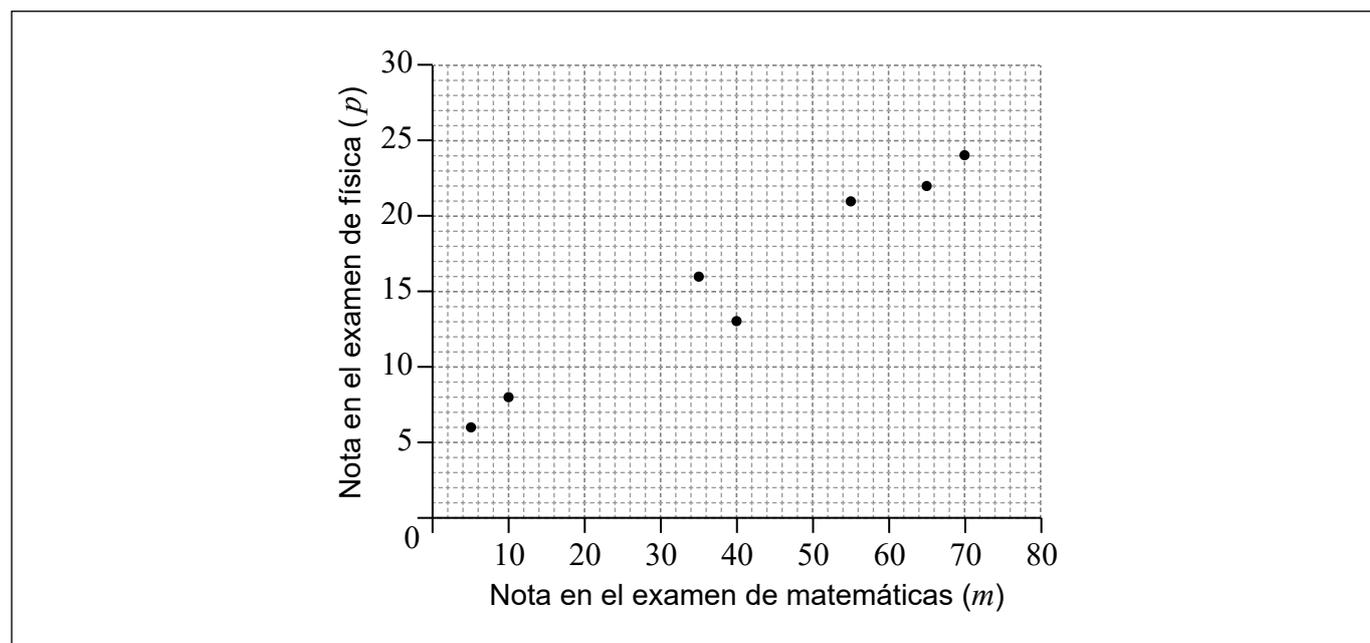
No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar aproximadamente esas gráficas en su respuesta.

- 1. El siguiente diagrama de dispersión muestra las notas que obtuvieron siete alumnos en un examen de matemáticas, m , y en otro de física, p .



La media, M , correspondiente a estos datos es $(40, 16)$.

- (a) En el diagrama de dispersión, sitúe y rotule el punto $M(\bar{m}, \bar{p})$. [2]
- (b) En el mismo diagrama de dispersión, dibuje por aproximación (es decir, "a ojo") la recta de ajuste óptimo. [2]
- (c) Utilizando esa recta de ajuste óptimo, estime qué nota sacará en el examen de física un alumno que tenga una nota de 20 en el examen de matemáticas. [2]

Operaciones:

Respuesta:

(c)



2. Considere las siguientes proposiciones.

- p : el bebé llora
- q : el bebé está contento
- r : el bebé quiere jugar

(a) Escriba con palabras, $(q \wedge r) \Rightarrow \neg p$. [3]

(b) Complete la siguiente tabla de verdad. [2]

p	q	r	$\neg p$	$(q \wedge r)$	$(q \wedge r) \Rightarrow \neg p$
V	V	V	F		
V	V	F	F		
V	F	V	F		
V	F	F	F		
F	V	V	V		
F	V	F	V		
F	F	V	V		
F	F	F	V		

(c) Indique si $(q \wedge r) \Rightarrow \neg p$ es una tautología, una contradicción o ninguna de las dos cosas. [1]

Operaciones:

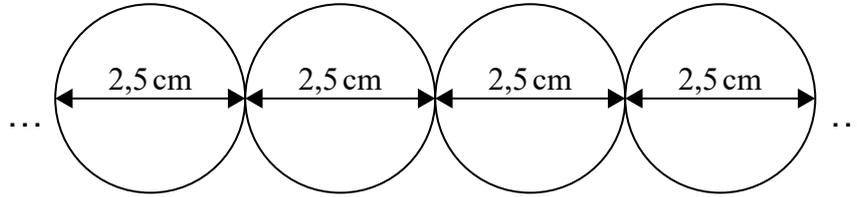
Respuestas:

- (a)
-
-
- (c)



3. El año pasado, una fábrica de golosinas sudamericana vendió $4,8 \times 10^8$ caramelos esféricos. Cada caramelo tiene un diámetro de 2,5 cm.

La fábrica está elaborando un anuncio donde muestra todos estos caramelos colocados en fila, formando una línea recta.



- (a) Halle la longitud, en cm, que tiene esta recta. Dé la respuesta en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \leq a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. [3]

En el anuncio se afirma que la longitud de esta recta es igual a x veces la longitud del río Amazonas. El río Amazonas mide 6400 km de longitud.

- (b) (i) Escriba la longitud del río Amazonas en cm.
(ii) Halle el valor de x . [3]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
(b) (i)
(ii)



4. La siguiente tabla muestra cuatro conjuntos distintos de números: \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} y \mathbb{R} .

Conjunto	Ejemplo de un número perteneciente al conjunto
\mathbb{N}	
\mathbb{Z}	
\mathbb{Q}	
\mathbb{R}	

(a) Complete la segunda columna de la tabla dando **un** ejemplo de un número que pertenezca a cada conjunto.

[4]

Josh afirma: "Todos los números enteros son números naturales".

(b) Escriba si la afirmación de Josh es correcta. Justifique su respuesta.

[2]

Operaciones:

Respuesta:

(b)
.....
.....



5. En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando a dos lugares decimales.

Karl invierte 1000 dólares estadounidenses (USD) en una cuenta que paga un interés nominal anual del 3,5%, **compuesto trimestralmente**. Karl deja el dinero en esa cuenta durante 5 años.

- (a) (i) Calcule la cantidad de dinero que Karl tendrá en la cuenta al cabo de 5 años;
- (ii) Escriba la cantidad de **intereses** que habrá recibido al cabo de esos 5 años. [4]

Karl decide donar estos **intereses** a una ONG de Francia. La ONG recibe 170 euros (EUR). El tipo de cambio es $1 \text{ USD} = t \text{ EUR}$.

- (b) Calcule el valor de t . [2]

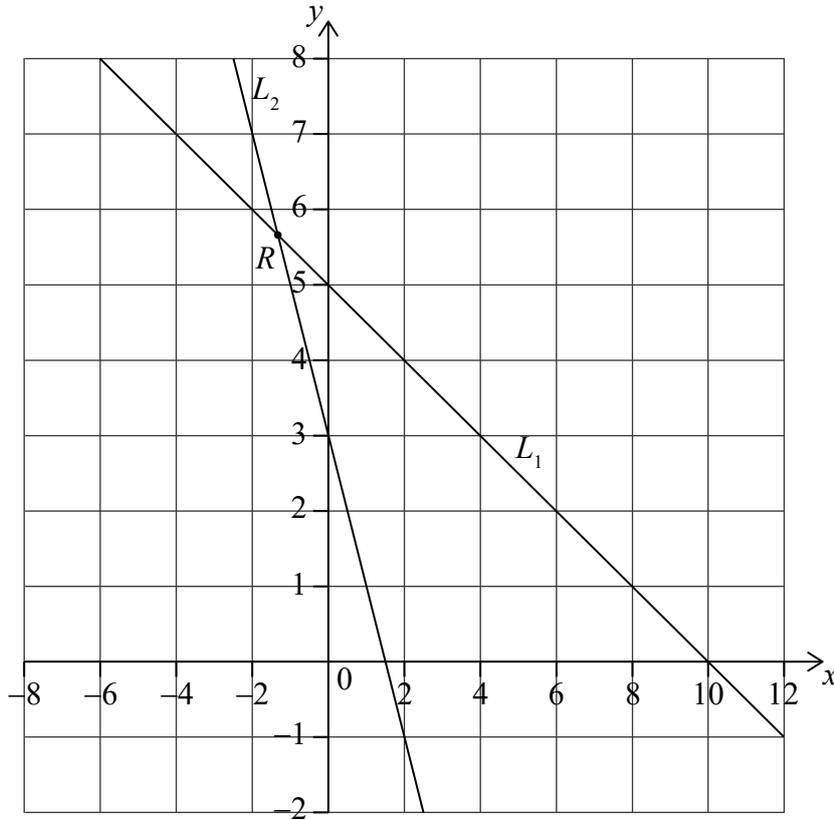
Operaciones:

Respuestas:

- (a) (i)
- (ii)
- (b)



6. Considere las rectas L_1 y L_2 . R es el punto de intersección de estas dos rectas.



La ecuación de la recta L_1 es $y = ax + 5$.

(a) Halle el valor de a . [2]

La ecuación de la recta L_2 es $y = -2x + 3$.

(b) Halle las coordenadas de R . [2]

La recta L_3 es paralela a la recta L_2 y pasa por el punto $(2, 3)$.

(c) Halle la ecuación de la recta L_3 . Dé la respuesta en la forma $y = mx + c$. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 6: continuación)

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



24EP09

Véase al dorso

7. En una competición internacional, los participantes pueden responder a las preguntas **solamente en una** de estas tres lenguas: portugués, chino mandarín o hindi. En la competición hubo 80 participantes. En la siguiente tabla se indica cuántos de estos participantes contestaron en portugués, cuántos en mandarín y cuántos en hindi.

		Lenguas			Total
		Portugués	Mandarín	Hindi	
Participantes	Varones	20	18	5	43
	Mujeres	18	7	12	37
Total		38	25	17	80

- (a) Indique cuántos varones contestaron a las preguntas en portugués. [1]

Se escoge un varón al azar.

- (b) Halle la probabilidad de que el varón haya contestado a las preguntas en hindi. [2]

Ahora se escogen dos mujeres al azar.

- (c) Calcule la probabilidad de que una mujer haya contestado a las preguntas en mandarín y la otra haya contestado a las preguntas en hindi. [3]

Operaciones:

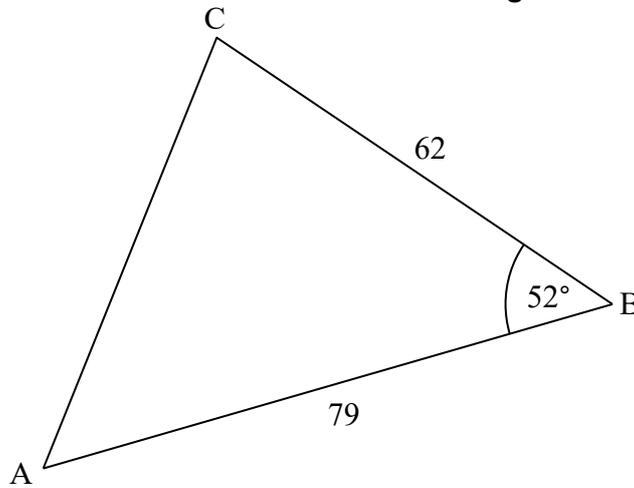
Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



8. En la siguiente figura se muestra un parque nacional que tiene forma de triángulo ABC. AB mide 79 km y BC mide 62 km. El ángulo $\hat{A}BC$ mide 52° .

la figura no está dibujada a escala



- (a) Calcule la longitud del lado AC en km. [3]
- (b) Calcule el área de este parque nacional. [3]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)



9. Considere los siguientes diagramas de Venn.

Diagrama 1

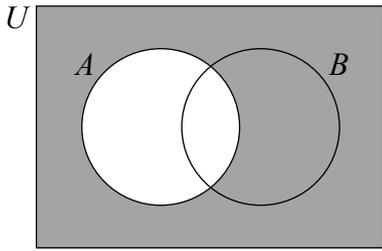


Diagrama 2

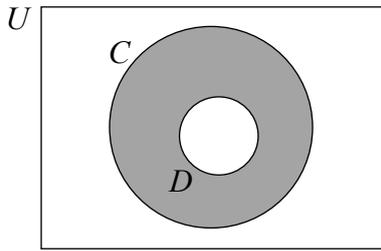
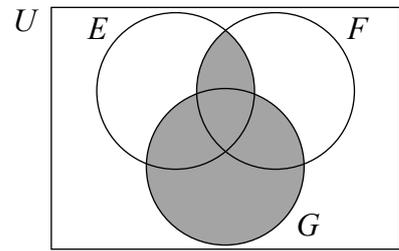


Diagrama 3



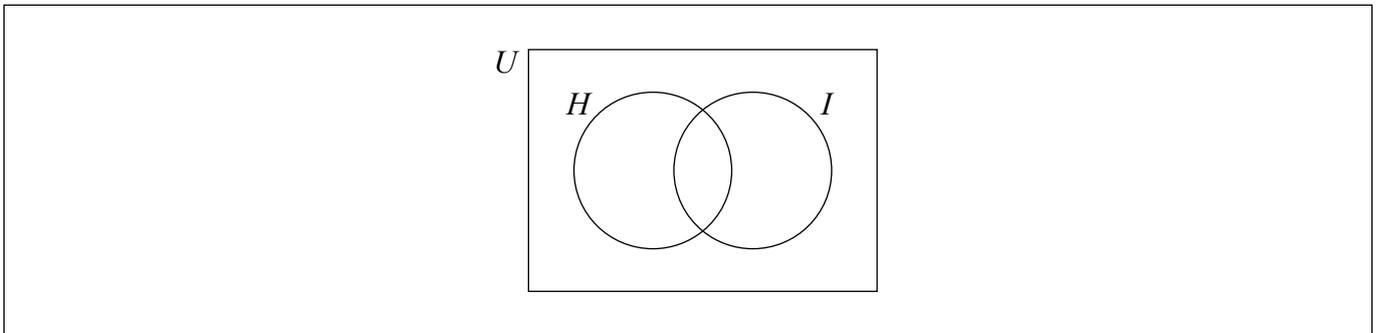
(a) Escriba una expresión, utilizando notación de conjuntos, que represente la región **sombreada** del

- (i) Diagrama 1;
- (ii) Diagrama 2;
- (iii) Diagrama 3.

[4]

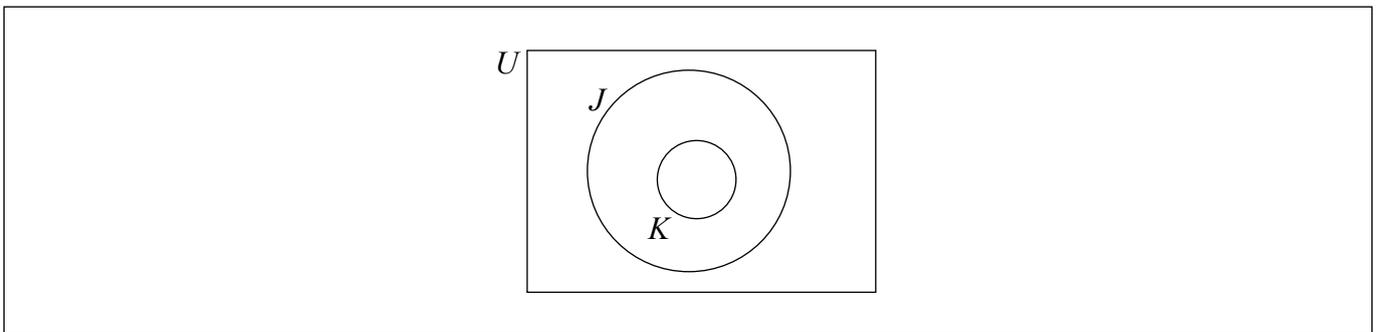
(b) En cada uno de los siguientes diagramas de Venn, sombree la región que representa al conjunto

- (i) $(H \cup I)'$;



- (ii) $J \cap K$.

[2]



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 9: continuación)

Operaciones:

Respuestas:

- (a) (i)
- (ii)
- (iii)



24EP13

Véase al dorso

10. La siguiente función modeliza el crecimiento de una población de bacterias en un experimento,

$$P(t) = A \times 2^t, t \geq 0$$

donde A es una constante y t es el tiempo, en horas, que ha transcurrido desde el inicio del experimento.

Cuatro horas después de que empezara el experimento, la población de bacterias era de 6400.

- (a) Halle el valor de A . [2]
- (b) Interprete qué representa A en este contexto. [1]
- (c) Halle cuánto tiempo tuvo que transcurrir desde el inicio del experimento para que la población de bacterias fuera igual a $40A$. [3]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
.....
- (c)



11. Considere el gráfico de la función $f(x) = \frac{3}{x} - 2$, $x \neq 0$.

- (a) Escriba la ecuación de la asíntota vertical. [2]
- (b) Escriba la ecuación de la asíntota horizontal. [2]
- (c) Calcule el valor de x para el cual $f(x) = 0$. [2]

Operaciones:

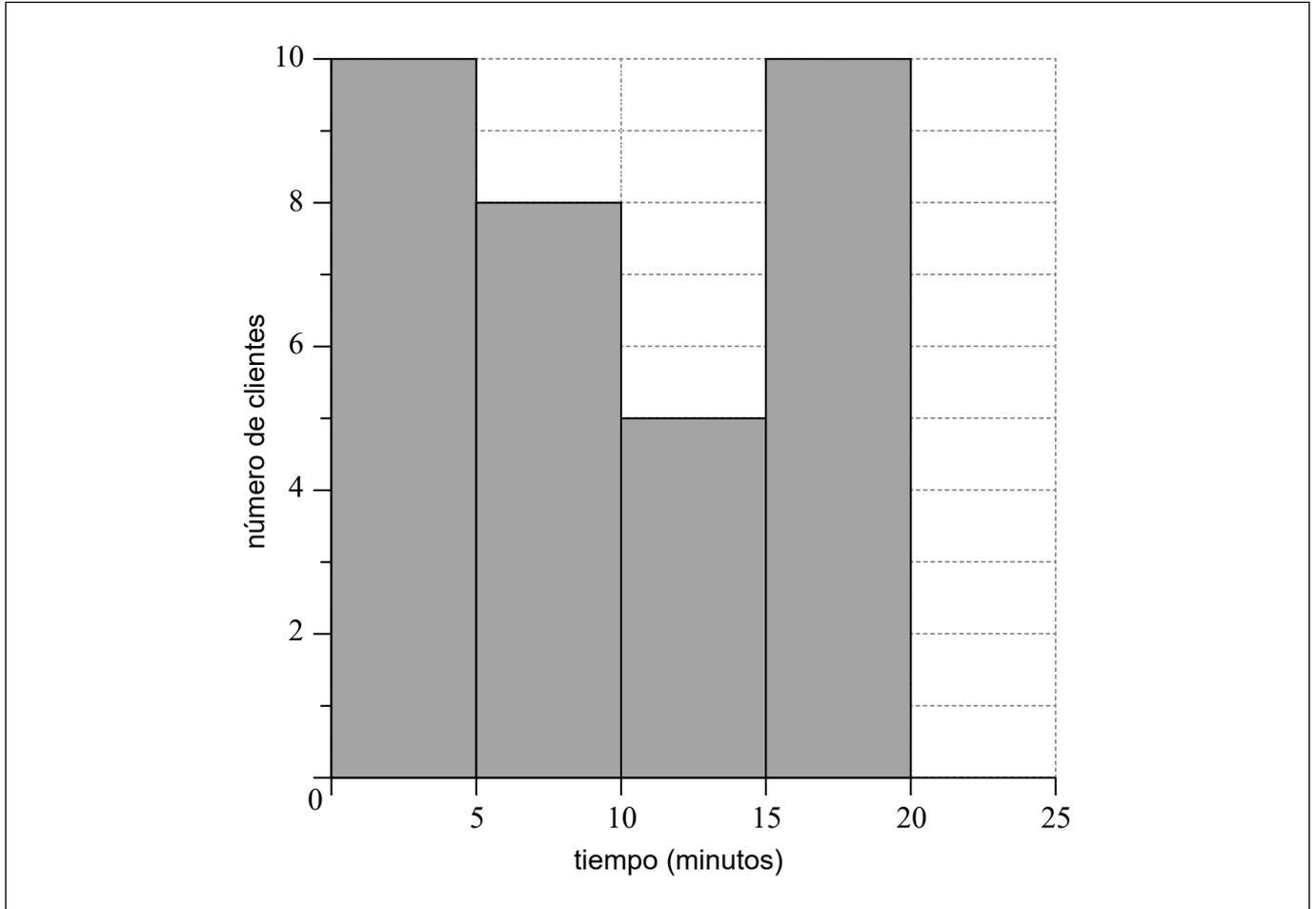
Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



12. El siguiente histograma muestra el tiempo, t , en minutos, que tardan en comer los clientes de un restaurante, en un día determinado. Todos los clientes tardaron en comer menos de 25 minutos.

El histograma está incompleto, pues solo muestra los datos correspondientes a $0 \leq t < 20$.



- (a) Escriba el valor central del intervalo correspondiente a $10 \leq t < 15$. [1]

La media del tiempo que tardaron en comer **todos** los clientes se estimó que fue de 12 minutos.

Se sabe que hubo k clientes que tardaron en comer entre 20 y 25 minutos.

- (b) (i) Escriba, en función de k , el número total de clientes. [4]
(ii) Calcule el valor de k .

- (c) A partir de lo anterior, complete el histograma. [1]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 12: continuación)

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b) (i)
- (ii)



24EP17

Véase al dorso

13. Una fábrica elabora camisas. El costo, C , en dólares de Fiji (FJD), de producir x camisas está modelado por

$$C(x) = (x - 75)^2 + 100.$$

(a) Halle el costo de producir 70 camisas. [2]

El costo de producción no debe sobrepasar los 500 FJD. Para lograrlo, la fábrica tiene que producir al menos 55 camisas y como mucho s camisas.

(b) Halle el valor de s . [2]

(c) Halle el número de camisas que se producen cuando el costo de producción es lo más bajo posible. [2]

Operaciones:

Respuestas:

(a)

(b)

(c)



14. Considere la función $f(x) = \frac{x^4}{4}$.

(a) Halle $f'(x)$. [1]

(b) Halle la pendiente del gráfico de f en $x = -\frac{1}{2}$. [2]

(c) Halle la coordenada x del punto en el que la **normal** al gráfico de f tiene pendiente $-\frac{1}{8}$. [3]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)

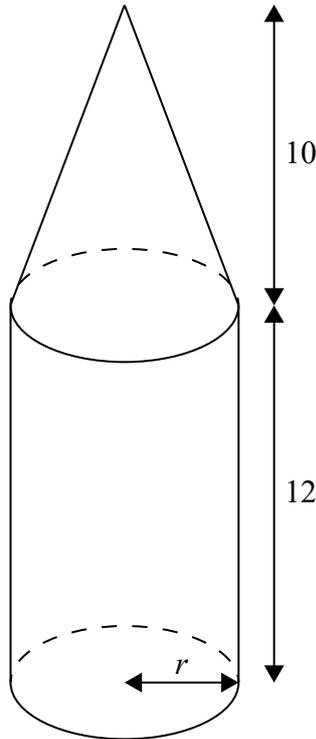


15. Julio está haciendo un estuche de madera para lápices que tiene forma de lápiz de gran tamaño. El estuche para lápices consta de un cilindro que está unido a un cono, como se muestra en la figura.

El cilindro mide r cm de radio y 12 cm de altura.

En el cono, la altura son 10 cm y el radio de la base mide r cm.

la figura no está dibujada a escala



- (a) Halle una expresión que permita calcular la generatriz del cono **en función de r** . [2]

El área total de la superficie externa del estuche de lápices es igual a 570 cm^2 , si redondeamos a 3 cifras significativas.

- (b) Utilizando la calculadora de pantalla gráfica, calcule el valor de r . [4]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 15: continuación)

Operaciones:

Respuestas:

(a)

(b)



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.